

Christina Schaefer und Andreas Pfnür

**Investition unter Ungewißheit  
am Beispiel der Bereit-  
stellungsentscheidung  
immobiliarer Ressourcen**

Arbeitsbereich öffentliche Wirtschaft am  
Fachbereich Wirtschaftswissenschaften der  
Universität Hamburg

No. 025

Oktober 1999

**Investition unter Ungewißheit am Beispiel der Bereitstellungsentscheidung  
immobiliärer Ressourcen**

**Gliederung**

<b>1</b>	<b>PROBLEMSTELLUNG.....</b>	<b>1</b>	
<b>2</b>	<b>BEREITSTELLUNG IMMOBILIARER RESSOURCEN BEI SICHERHEIT .....</b>	<b>2</b>	
	<b>2.1</b>	<b>Entscheidungsdeterminanten.....</b>	<b>2</b>
		2.1.1 Opportunitätskosten	3
		2.1.2 Wechselkosten	5
	<b>2.2</b>	<b>Entscheidungsmodell .....</b>	<b>6</b>
	<b>2.3</b>	<b>Zur Sicherheit der Datensituation.....</b>	<b>7</b>
<b>3</b>	<b>UNGEWIBHEIT .....</b>	<b>10</b>	
	<b>3.1</b>	<b>Modelle.....</b>	<b>12</b>
	<b>3.2</b>	<b>Anwendung anhand eines Beispiel.....</b>	<b>19</b>
<b>4</b>	<b>SCHLUßBEMERKUNG .....</b>	<b>25</b>	

## 1 Problemstellung

Bei der Berücksichtigung unvollkommener Information in betrieblichen Investitionsentscheidungen kann in den Risikofall und den Ungewißheitsfall differenziert werden. Während im Risikofall dem Entscheidungsträger die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der unsicheren Einflußfaktoren bekannt sind, ist dies unter Ungewißheit nicht mehr der Fall. Investitionsentscheidungen unter Risiko sind in der Vergangenheit ausgiebig diskutiert worden. In jüngerer Vergangenheit gibt es vermehrt Bestrebungen, in der Kapitalmarkttheorie entwickelte Modelle zur Optionspreisbewertung auf Investitionsentscheidungen unter Ungewißheit zu übertragen. Die folgende Tabelle gibt einen kurzen Überblick:

**Tabelle 1: Literaturüberblick - Real-Optionen in der Investitionsentscheidung**

<b>Autor (Jahr)</b>	<b>Problemstellung der zu bewertenden Option</b>
McDonald und Siegel (1985)	zeitweilige Stilllegung der Produktion
McDonald und Siegel (1986), Majd und Pindyck (1987), Pindyck (1988), Dangl und Wirl (1998)	Hinauszögern der Investition
Majd und Myers (1990)	frühzeitiger Abbruch eines Projekts
Bollen (1999)	Variation der Produktionskapazität im Lebenszyklus

Quelle: eigene Darstellung

Die Gemeinsamkeit dieser Ansätze besteht darin, daß die Modellierung der Ungewißheit mit Hilfe stochastischer Prozesse durchgeführt und die Lösung mittels stochastisch-dynamischer Optimierung bestimmt wird. In Abgrenzung zu den bisherigen Arbeiten wird hier der Fall behandelt, daß wir bereits über ein Produktionsmittel verfügen und über dessen Ersatz Ungewißheit besteht. Wir haben das Beispiel immobilierender Ressourcen gewählt, weil hier die Bedeutung des Ersatzproblems in besonderem Maße zum Ausdruck kommt. Unter immobilieren Ressourcen werden hier alle Immobilien eines Unternehmens verstanden, die als Produktionsmittel im Leistungserstellungsprozeß eingesetzt werden. Entscheidungen über die Bereitstellung immobilierender Ressourcen zeichnen sich aufgrund ihrer Langfristigkeit und Komplexität durch eine große Vielfalt an unsicherheitsbehafteten Entscheidungsparametern aus. Neben den bei Investitionen typischer Weise unsicheren Parametern der Investitionskosten und der laufenden Rückflüsse kommt bei Immobilieninvestitionen der Unsicherheit über den Liquidationserlös eine besondere Bedeutung zu. Diese liegt

begründet in der hochgradigen Unsicherheit über die Entwicklung des Liquidationswertes zum Zeitpunkt der Veräußerung und dessen starkem Einfluß auf die Vorteilhaftigkeit der Investition. Bei der Bereitstellung immobilärer Ressourcen hat der Entscheidungsträger zwei grundsätzliche Probleme zu lösen, denen er bislang aufgrund der Unsicherheit recht hilflos gegenüber steht:

1. Wann erfüllt seine Immobilie nicht mehr die an sie gestellten Anforderungen oder mit anderen Worten, wann ist der optimaler Ersatzzeitpunkt erreicht? In der Praxis ist hier eine große Starrheit beobachtbar, die bislang mit ökonomischen Modellen nicht zu erklären ist.
2. Für einen Immobilienwechsel hat der Entscheidungsträger typischer Weise mehrere Alternativen. Er steht vor dem Problem, die unterschiedlichen Auswirkungen der Ungewißheit auf die Ergebnisbeiträge der jeweiligen Alternativen bei seiner Entscheidung mit zu berücksichtigen.

Um dem Leser zunächst einen besseren Überblick über das Problem zu verschaffen, wird zunächst die Lösung unter Annahme vollständiger Information gezeigt. Die Analyse des Informationsgrads zeigt die Realitätsferne dieser Annahme. Anschließend wird am Modell und in der praktischen Anwendung gezeigt, welchen Beitrag die stochastischen Prozesse zur Modellierung der Ungewißheit leisten können.

## **2 Bereitstellung immobilärer Ressourcen bei Sicherheit**

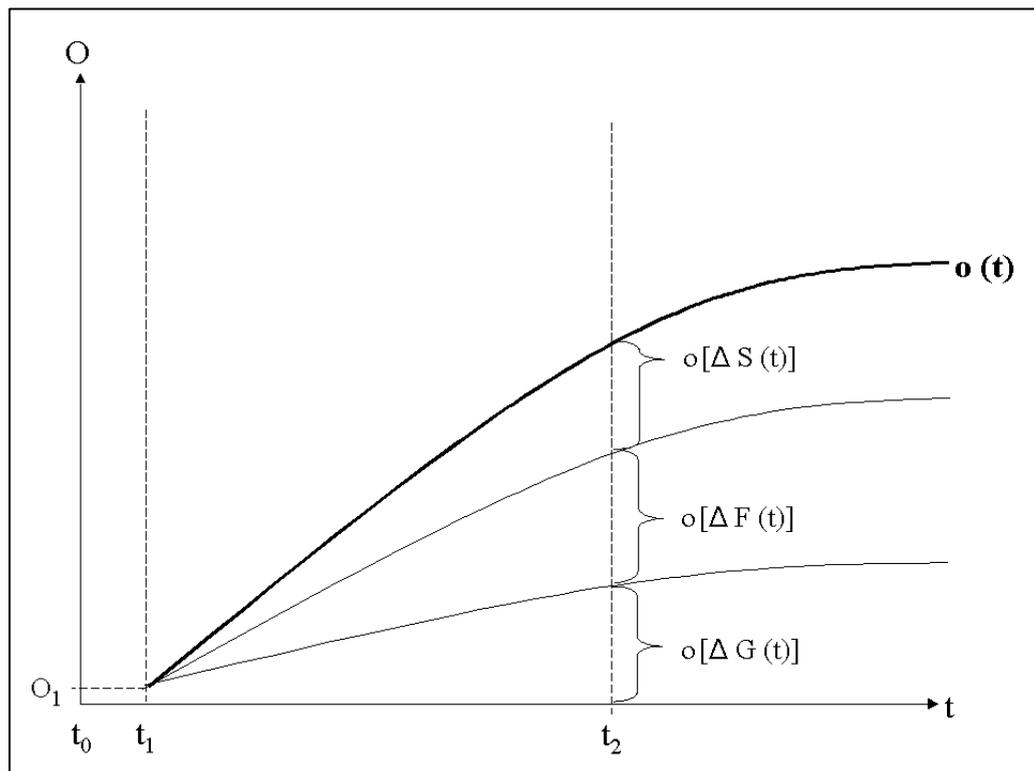
### **2.1 Entscheidungsdeterminanten**

Im Zeitablauf unterliegen die von immobilären Ressourcen ausgehenden Nutzen- und Kostenwirkungen starken Veränderungen. Die Kosten werden im Zeitablauf zunehmen, der Nutzen wird sich verringern, so daß die Produktivität der immobilären Ressourcen im Zeitablauf insgesamt abnimmt. Bieten sich in der Zukunft geeignete Alternativen, muß das Unternehmen prüfen, ob die Vorteile eines Umzugs in die produktivere Immobilie die Kosten des Immobilienwechsels rechtfertigen. Dazu sind zunächst die Opportunitätskosten des Festhaltens an der bisherigen Bereitstellungsalternative zu ermitteln.

### 2.1.1 Opportunitätskosten

Die Opportunitätskosten des Festhaltens an einer Bereitstellungsalternative ergeben sich als Summe des Nutzenentgangs gegenüber der nutzenmaximalen Bereitstellungsalternative und der Kostendifferenz in der Nutzung. Nachfolgend wird zunächst der Verlauf des Nutzens und anschließend der Kostenverlauf der Immobilie untersucht.

**Abbildung 1: Typische Entwicklung der Opportunitätskosten im Zeitablauf**



Quelle: Eigene Darstellung

Trifft ein Unternehmen zu einem Zeitpunkt  $t_0$  die Entscheidung, eine Immobilie zu beziehen, so fallen in der Bereitstellungszeit ( $t_0 - t_1$ ) keine Nutzenwirkungen an. Wird die Immobilie dann bezogen, entspricht sie häufig schon nicht mehr den aktuellen Anforderungen. Mißt man die Leistungsfähigkeit des gegenwärtigen Immobilienbestands mit der jeweils besten am Markt verfügbaren Alternative, so ist der entgangene Nutzen im Zeitpunkt  $t_1$  auf  $O_1$  angewachsen. Im weiteren Verlauf hängt der Nutzen von den Veränderungen in den Nutzungsanforderungen sowie der Leistungsfähigkeit der Flächen ab. Veränderte Nutzungsanforderungen ergeben sich aufgrund eines Wandels in der Umwelt des Unternehmens, die ihren Niederschlag in der Geschäftstätigkeit des Unternehmens finden. Zum Beispiel stellen veränderte Produkte, Produktionsprozesse, Absatzwege und Unternehmensgrößen neue

Anforderungen an die Menge und die Qualität immobilierender Ressourcen, die der gegenwärtige Immobilienbestand nur suboptimal erfüllt. In der Realität wird das Unternehmen bestrebt sein, soweit es die Flexibilität des Immobilienbestands erlaubt, Gegenmaßnahmen zu ergreifen, indem beispielsweise leerstehende Gebäudeteile untervermietet werden. Deshalb wird in Abbildung 1 angenommen, daß die Kurve  $o [ ] G (t)$  degressiv steigend verläuft.

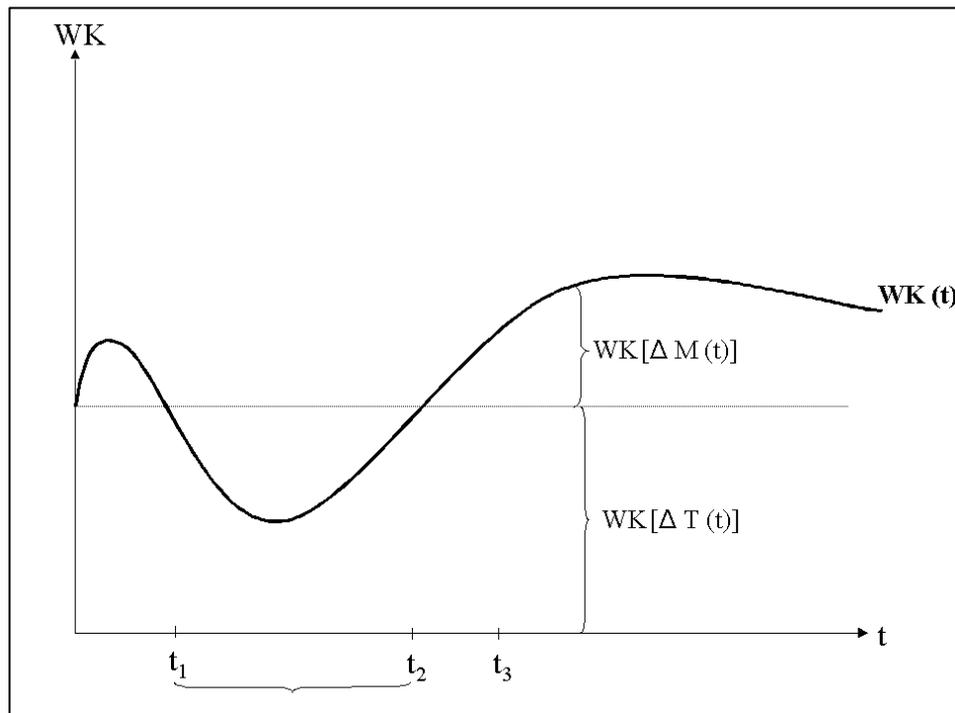
Neben der indirekten Wirkung von Umweltänderungen auf die Geschäftstätigkeit sind die Immobilien auch direkt von der Dynamik in der Umwelt des Unternehmens betroffen. Der Nutzen einer Immobilie  $o [ ] F (t)$  unterliegt dem technischen Fortschritt, im Zeitablauf veränderten rechtlichen Rahmenbedingungen der Flächennutzung wie beispielsweise Flächennutzungs- und Bebauungsplänen sowie sozio - kulturellen und ökonomischen Veränderungen ihres Makrostandorts. Beispielsweise wird der Nutzen einer Immobilie mit modernem Design zur Stärkung der Corporate Identity eines Unternehmens mit dem architektonischen Modewandel im Zeitablauf abnehmen. Geht man davon aus, daß ein Unternehmen zum Zeitpunkt der Bereitstellung die Immobilie so auswählt, daß deren Rahmenbedingungen eine den Nutzungsanforderungen bestmöglich angepaßte Konstellation aufweisen, wird im Zeitablauf eine Verschlechterung eintreten, die zu einem abnehmendem Nutzen führt. Unterstellt man Unabhängigkeit der Nutzendeterminanten, ergibt sich der Nutzenverlust einer Immobilie im Zeitablauf aus der Saldierung der beiden Einflußfaktoren.

Nach den Nachteilen, die ein veralteter Immobilienbestand in der Nutzung mit sich bringt, kommen wir jetzt zu den Kosten. Die Kosten der Immobilien bezogen auf einen Zeitraum ihrer Nutzung gliedern sich grob in Kapitalkosten, Abschreibungen, Verwaltungskosten, Steuern, Betriebskosten und Bauunterhaltungskosten. Die Entwicklung der Kosten einer Immobilie im Zeitablauf unterliegt, ordnungsgemäße Instandhaltung vorausgesetzt, keinen größeren Schwankungen. Von einem Wechsel der Immobilie kann demgegenüber eine große Kostenwirkung ausgehen. So ist beispielsweise von einem Umzug aus einem Altbau in einen Neubau mit erheblichen Ersparnissen der Betriebs- und Bauunterhaltungskosten zu rechnen. Das Einsparungspotential  $o [ ] S (t)$  wird in der Abbildung 1 vereinfachend als im Zeitablauf linear steigend angenommen.

## 2.1.2 Wechselkosten

Wie der vorausgehende Abschnitt gezeigt hat, nimmt der Nutzen von Immobilien im Zeitablauf spürbar ab. Dem Anwachsen der Opportunitätskosten kann durch einen Immobilienwechsel zum richtigen Zeitpunkt begegnet werden. Von einem Immobilienwechsel werden dann die in Abbildung 2 in ihrem zeitlichen Verlauf dargestellten Kostenarten ausgehen.

**Abbildung 2: Typische zeitliche Entwicklung der Wechselkosten**



Quelle: eigene Darstellung

Einen Teil der Wechselkosten, die hier als technische Kosten des Immobilienwechsels  $WK[\Delta T(t)]$  bezeichnet werden, kann das Immobilienmanagement sehr gut abschätzen. Sie unterliegen im Zeitablauf außerdem nur geringen Schwankungen. Es handelt sich dabei um die Erwerbsnebenkosten sowie die Umzugskosten und die Umstellungskosten. Erwerbsnebenkosten fallen aus dem Kauf- und Verkauf von Grundstücken und Gebäuden an. Sie setzen sich gegebenenfalls zusammen aus Grunderwerbssteuer, Notargebühren, Grundbuchgebühren, Beraterhonoraren und Maklerprovisionen und belaufen sich bei einer durchschnittlichen Kauftransaktion auf 10% des Objektwertes. Die Umzugs- und Umstellungskosten bestehen z. B. aus den Transportkosten, Kosten für Adreßänderung, Ausgleichszahlungen an die Mitarbeiter bei Standortwechsel, Vorfälligkeitsentschädigungen für zu kündigende Miet-, Service und Finanzierungsverträge sowie Kosten der Anpassung an veränderte

Leistungserstellungsprozesse. In der Abbildung 2 wird vereinfachend von einem konstanten Verlauf dieser Einflußfaktoren  $WK [ ] T (t)$  ausgegangen.

Neben den konstanten Wechselkosten verursacht der Immobilienwechsel im Zeitablauf schwankende und schwieriger prognostizierbare Gewinnbeiträge. Dabei handelt es sich um den Markterfolg aus dem Verkauf der alten Immobilie. Den Markterfolg erhält man durch Saldierung des Restwerts und des Verkaufserlöses. In der Abbildung 2 ist ein schwankender Verlauf der Preisentwicklung  $WK [ ] M (t)$  am Immobilienmarkt unterstellt worden, der nur im Zeitraum  $t_1 - t_2$  zu einem positiven Saldo der Markttransaktionen führt. In der Summe steigende Wechselkosten  $WK (t)$  führen dazu, daß kostenintensive Immobilien länger im Bestand gehalten werden, so daß die Minstdauer der Unveränderlichkeit der Immobilienkosten verlängert wird und vice versa.

## 2.2 Entscheidungsmodell

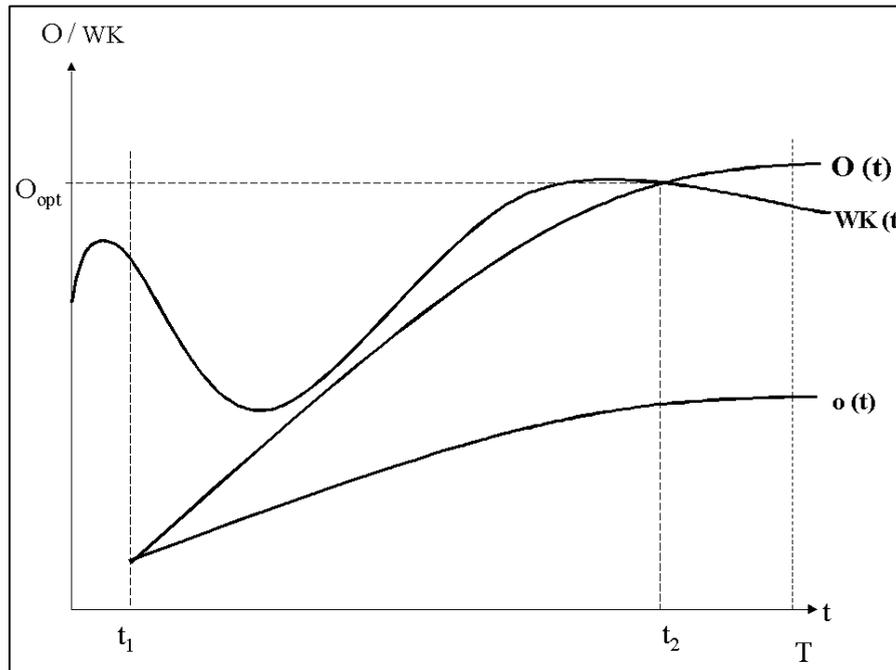
In diesem Abschnitt soll ein Modell formuliert werden, mit dem der richtige Zeitpunkt eines Immobilienwechsels unter der Annahme sicherer Daten für den Planungszeitraum von  $t_0$  bis  $T$  bestimmt werden kann. In der Ausgangssituation produziert das Unternehmen in dem Zeitraum von  $t_0$  bis  $t_1$  in einer Immobilie. Die in dem bereits vergangenen Zeitraum aufgelaufenen Nutzen und Kosten sind Sunk Costs und somit nicht mehr entscheidungsrelevant. Die optimale Nutzungsdauer einer Immobilie läßt sich aus den zukünftigen Verläufen der Opportunitätskosten  $o (t)$  und der Wechselkosten  $WK (t)$  ableiten. Dazu ist zunächst eine Umformung erforderlich. Mit einem Blick in die Zukunft werden alle von einem Zeitpunkt  $t_1$  an entstehenden Opportunitätskosten ermittelt. In der Summe stellen sie den Nutzen des Immobilienwechsels dar. Die Opportunitätskosten  $O (t)$  addieren sich bis zu einem beliebigen Zeitpunkt  $t_2$  zu

$$O (t) = \int_{t_1}^t f^I (s) e^{-is} ds .$$

Ein Unternehmen wird die Fehlbelegung solange in Kauf nehmen, bis über einen Immobilienwechsel eine günstigere Bereitstellungsalternative zu erlangen ist. Dies ist im Schnittpunkt von  $O (t)$  mit der Wechselkostenkurve  $WK (t)$  der Fall. In der Abbildung 3 ist im Zeitpunkt  $t_2$  der Immobilienwechsel erforderlich, da der bis zu

diesem Zeitpunkt kumulierte Nutzen die zum Zeitpunkt  $t_2$  anfallenden Wechselkosten kompensieren wird. Gleichzeitig ist damit auch die optimale Nutzungsdauer der Immobilie bestimmt. Die Summe der Opportunitätskosten ist dann an der Ordinate im Punkt  $O_{opt}$  abzulesen.

**Abbildung 3: Optimaler Wechselzeitpunkt der Immobilie**



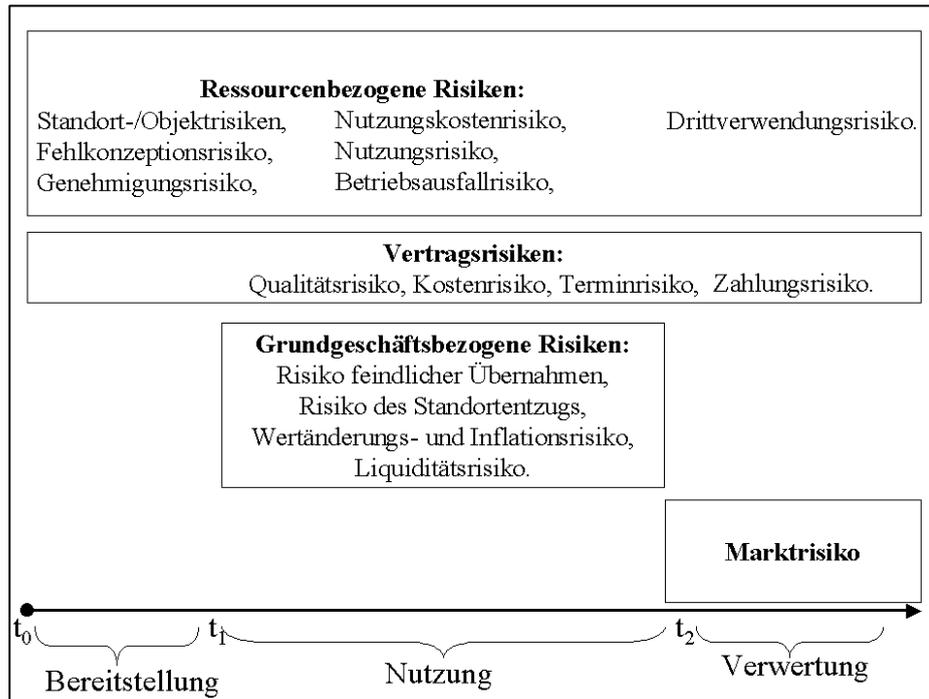
Quelle: Eigene Darstellung

Durch den Wechsel in die optimale Immobilie werden die Opportunitätskosten auf null gesenkt und das Entscheidungsproblem ist gelöst. Irgendwann nach dem Zeitpunkt  $t_2$  wird sich das Unternehmen erneut einem Wechselproblem stellen. Aufgrund der Einzigartigkeit von Immobilien werden die Verläufe der Opportunitätskosten und der Wechselkosten dabei einen vom gerade betrachteten Fall abweichenden Verlauf nehmen.

### 2.3 Zur Sicherheit der Datensituation

Die Kritik an dem Modells setzt maßgeblich an dessen gravierendster Prämisse, der vollständigen Information, an. Deshalb ist zu untersuchen, welche der verwendeten Informationen, wie hier zunächst angenommen, tatsächlich sicher sind und in welchen Fällen Unsicherheit besteht.

#### Abbildung 4: Risiken immobilierender Ressourcen



Quelle: eigene Darstellung

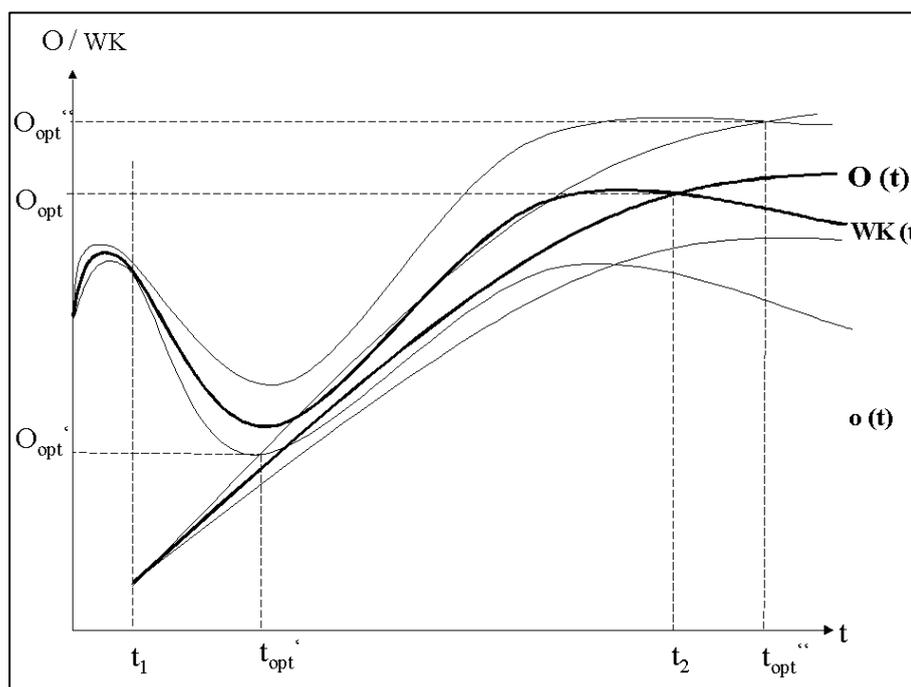
In der Literatur wird insbesondere auf die Risiken der Projektentwicklung<sup>1</sup> in der Bereitstellungsphase und die Marktrisiken<sup>2</sup> hingewiesen. Darüber hinaus bestehen aber auch während der Nutzungsphase Risiken, die in Abbildung 4 systematisiert sind.<sup>3</sup> Die ressourcenbezogenen Risiken beziehen sich primär auf die konzeptionelle und technische Gestaltung der Immobilie und die Dauerhaftigkeit ihrer Wirtschaftlichkeit für unternehmensinterne und mögliche externe Verwender. Vertragsrisiken beziehen sich auf die Unsicherheit über das Verhalten von Bauunternehmen, Dienstleistern und möglichen Käufern der Immobilie. Die grundgeschäftsbezogenen Risiken beschreiben den Anteil der immobilienbezogenen Ressourcen am Gesamtrisiko des Unternehmens.<sup>4</sup> Das Marktrisiko schließlich beschreibt die Unsicherheit über den Verkaufserlös beziehungsweise die Mieteinnahmen. Die vier Risikogruppen wirken potentiell sowohl auf die Opportunitätskosten als auch auf die Wechselkosten. Der Entscheidungsträger muß nun im Einzelfall entscheiden, wie sicher er die Determinanten prognostizieren kann.

<sup>1</sup> Vgl. Diederichs, C. J., 1994, S. 44 ff., Diederichs, C. J., 1996; S. 43 ff.; Byrne, P., 1996; Isenhöfer, B; Väh, A., 1998, S. 175 ff.

<sup>2</sup> Vgl. insbesondere MacLeary, A. R., Nanthakumaran, N., 1988, S. 70 ff.; Phyr, S. et al., 1989, S. 247; Dubben, N. u. Sayce, S., 1991, S. 130 ff.; Wurztebach, C. H. u. Miles, M. E., 1994, S. 556 ff.; Greer, G. E., 1997, S. 266 ff. und die dort zitierte Literatur.

Eine empirische Erhebung bei Deutschen Großunternehmen hat gezeigt, daß der Entscheidungsträger über keine der Einflußgrößen aufgrund der Langfristigkeit des Planungshorizonts bei Immobilienentscheidungen und der Komplexität der Problemstellung tatsächlich Gewißheit hat.<sup>5</sup> Folglich sind die in Abbildung 3 dargestellten Kurvenverläufe für die Entscheidungsträger gar nicht mehr oder nur noch unscharf skizzierbar, so daß Unsicherheit besteht bezüglich der Höhe der mit einer Alternative verbundenen Opportunitätskosten, der Wechselkosten und des optimalen Wechselzeitpunkts.

**Abbildung 5: Optimaler Wechselzeitpunkt unter Unsicherheit**



Quelle: Eigene Darstellung

Die Unsicherheit führt zu einer großen Schwankungsbreite der akzeptablen Opportunitätskosten von  $O_{opt}'$  bis  $O_{opt}''$ . Ebenso schwankt auch der optimale Wechselzeitpunkt stark von  $t_{opt}'$  bis  $t_{opt}''$ . Folglich ist der Nutzen der Methoden der Investitionsrechnung bei Sicherheit für die Bereitstellungsentscheidung immobilärer Ressourcen nur sehr begrenzt.<sup>6</sup> Daraus erklärt sich auch die verbreitete große Skepsis gegenüber diesen Verfahren in der Praxis des betrieblichen Immobilienmanagements.

<sup>3</sup> Siehe zu einer abweichenden Systematik: Schäfers, W., 1998, S. 195

<sup>4</sup> Vgl. Manning, C. A., 1986, S. 13

<sup>5</sup> Vgl. zum Kenntnisstand der Leistungs- und Kostenwirkungen von Immobilien: Pfnür, A., 1998a

<sup>6</sup> Vgl. zur Anwendung investitionsrechnerischer Methoden in der Immobilienwirtschaft: Berens, W. u. Hoffjan, A., 1995; Ropeter, S. - E. u. Vaaßen, N., 1998; Schulte, K. - W., Allendorf, G. J. u. Ropeter, S. - E., 1998;

Immer dann, wenn der Entscheidungsträger den alternativ für möglich erachteten Datensituationen Wahrscheinlichkeiten zuordnen kann, befindet er sich in einer Risikosituation. In diesem Fall wird der Entscheidungsträger seinen Risikonutzens maximieren. Für Investitionsprobleme bei Risiko stehen ausreichend Entscheidungsmodelle zur Verfügung, die wir an dieser Stelle nicht weiter vertiefen wollen.

Allerdings können sowohl die Fehlbelegungskosten als auch die Wechselkosten von Einflußfaktoren bestimmt werden, die für den Entscheidungsträger nicht nur risikobehaftet sondern gänzlich ungewiß sind. Für die Fehlbelegungskosten betrifft dies insbesondere die Änderung des Flächenbedarfs aufgrund der zukünftigen Geschäftstätigkeit. Die Gründe hierfür können zum einen in der mangelnden Kommunikation zwischen Unternehmensentwicklung und Immobilienabteilung liegen und zum anderen auf die tatsächliche Unkenntnis des zukünftigen Geschäftsverlaufs zurückgeführt werden. Die Ungewißheit in den Wechselkosten betrifft den Verwertungserlös der alten Immobilie, der den nicht prognostizierbaren Schwankungen der Immobilienmärkte unterliegt. Da der Entscheidungsträger aufgrund von Informationsineffizienzen nicht in der Lage ist, die für seine Entscheidung relevanten Informationen zu jedem beliebigen Zeitpunkt abzurufen, wird er allzu schnell dazu neigen, sich eigene subjektive, willkürliche Urteile über die Entwicklung der relevanten Einflußfaktoren zu bilden. Nachfolgend ist zu untersuchen, wie eine präferenzfreie Modellierung des Entscheidungsumfeldes möglich ist.

### **3 Ungewißheit**

Bei einer Auseinandersetzung mit der vorhandenen Literatur zur Investition unter unvollkommener Information fällt auf, daß eingangs stets eine Differenzierung in Risiko und Ungewißheit vorgenommen wird, nachfolgend aber der Fokus auf Methoden zur Lösung von Investitionsentscheidungen unter Risiko gelegt und der Fall der Ungewißheit aus der weiteren Vorgehensweise eliminiert oder nur noch kurz angerissen wird.<sup>7</sup> MC DONALD/SIEGEL und DIXIT/PYNDICK zählten zu den ersten, die das

---

<sup>7</sup> So schlägt beispielsweise ADAM vor, in der Investitionsplanung im Falle von Ungewißheit auf Entscheidungskriterien wie das Minimax-Kriterium, Maximax-Kriterium, Hurwicz-Kriterium oder die Laplace-Regel zurückzugreifen, die aufgrund der verschiedenen zugrundegelegten Nutzenfunktionen zu unterschiedlichen optimalen Strategien gelangen (vgl. Adam, D., 1997, S. 352 f.).

Problem der Modellierung von Unsicherheit in dem hier verstandenen Sinne in Investitionsmodellen mit Hilfe der Theorie der stochastischen Prozesse zu lösen versuchten.<sup>8</sup> Interessant für die Modellierung von Ungewißheit sind diejenigen stochastischen Prozesse, die die Eigenschaften der Gedächtnislosigkeit (elementare Markov-Eigenschaft) sowie stationärer und unabhängiger Zuwächse besitzen.<sup>9</sup> Zu den bekanntesten Prozessen aus dieser Klasse zählt neben dem Poisson-Prozeß der Brownsche Prozeß zur Modellierung der Brownschen Bewegung, die zu einer Art Zickzack-Kurs führt.<sup>10</sup> Da die Modellierung von Marktschwankungen einen stetigen Zustandsraum benötigt, scheidet der Poisson-Prozeß aus der weiteren Betrachtung aus. Die Verwendung eines kontinuierlichen Zufallsprozesses wird damit begründet, daß Größen, die den Schwankungsbereich zukünftiger Marktpreise bestimmen, am Markt nicht beobachtbar sind und im Sinne der Aufrechterhaltung einer präferenzfreien Bewertung nicht aus individuellen Erwartungen abgeleitet werden dürfen.<sup>11</sup>

Im Modellansatz von DIXIT/PINDYCK hält das Unternehmen mit der Möglichkeit zu investieren eine Option. Führt das Unternehmen die Option aus, so vergibt sie die Möglichkeit auf den Erwerb zusätzlicher Informationen und kann auf eventuelle zukünftige Zustandsveränderungen nicht mehr reagieren - der entgangene Optionswert entspricht damit den der Durchführung der Investition gegenüberstehenden Opportunitätskosten. Dabei steigt der Optionswert mit den Sunk Cost der Investition und der Unsicherheit über deren zukünftigen Wert. Ausgehend von bekannten und fixen Investitionsausgaben  $I$  wird für die Entwicklung des Wertes  $V$  des Investitionsprojektes eine Brownsche Bewegung unterstellt.<sup>12</sup> Ähnlich wie in der Optionspreistheorie läßt sich diese Annahme mit den nicht vollständig am Markt vom Entscheidungsträger beobachtbaren Einflußfaktoren und der daraus resultierenden Notwendigkeit der Abstraktion auf eine präferenzfreie Bewertungsebene begründen. Aufgrund dieser unsicheren Determinante im Entscheidungskalkül besteht die optimale Investitionsregel für das Unternehmen darin, die Investition dann auszuführen, wenn der Wert  $V$

---

<sup>8</sup> Vgl. McDonald, R. u. Siegel, D., 1984, Option Pricing When the Underlying Asset Earns a Below-Equilibrium Rate of Return: A Note. In: Journal of Finance, H. March, S. 261 - 265; Dixit, A. K. u. Pindyck, R. S., 1994.

<sup>9</sup> Vgl. Chung, K.L.: Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie und stochastische Prozesse, Berlin/Heidelberg/New York 1978, S. 268.

<sup>10</sup> vgl. Chung, K.L.: Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie und stochastische Prozesse, Berlin/Heidelberg/New York 1978, S. 265.

<sup>11</sup> vgl. Spremann, K.: Investition und Finanzierung, 4. Aufl., München 1991, S. 577.

<sup>12</sup> vgl. Dixit, K. und Pindyck, R.S., 1994, S. 136.

mindestens so hoch ist wie ein vorgegebener über den Investitionsausgaben  $I$  liegender kritischer Wert  $V^*$ . Hieraus resultiert für das Unternehmen zunächst die Aufgabe, den kritischen Wert  $V^*$  festzulegen. Der Zeitpunkt, zu dem der kritische Wert angenommen wird, stellt zugleich den optimalen Investitionszeitpunkt dar. Für das Unternehmen ergibt sich aus theoretischer Sicht ein optimales Stopzeiten-Problem bei stetiger Zeit.<sup>13</sup>

### 3.1 Modelle

Eine vollständige Übertragung des Modells zur Bestimmung des optimalen Wechselzeitpunkt unter Sicherheit in ein ganzheitliches Modell unter Ungewißheit würde den Komplexitätsgrad enorm anwachsen lassen und auf dem nachfolgend beschrittenen Weg zu keinen Ergebnissen führen. Daher wird im Folgenden eine Modellseparation anhand der unsicheren Parameter vorgenommen.

**Tabelle 2:** Modellübersicht

		Opportunitätskosten (Flächenbedarf)	
		bekannt	unbekannt
Wechselkosten (Marktentwicklung)	bekannt	sicherer Fall	Modell II
	unbekannt	Modell I	--

Quelle: Eigene Darstellung

Im ersten Modell wird eine ungewisse Entwicklung der Wechselkosten bei sicheren Opportunitätskosten und im zweiten Modell vice versa eine ungewisse Entwicklung der Opportunitätskosten bei bekannten Wechselkosten unterstellt. Zusätzlich wird angenommen, daß die Ungewißheit über die Wechselkosten im Modell I allein durch die Marktentwicklung hervorgerufen wird. Die übrigen Determinanten sind mit Sicherheit oder zumindest hinsichtlich ihres Erwartungswerts bekannt. Analog sind die Opportunitätskosten im Modell II lediglich hinsichtlich des Flächenbedarfs ungewiß.

#### **Modell I (Marktentwicklung ungewiß):**

Im Sinne einer sauberen Modellformulierung wird zunächst davon ausgegangen, daß die Opportunitätskosten einen über den Zeitverlauf konstanten Wert besitzen. Anschließend wird in einer Erweiterung des Modells diese realitätsferne Annahme verworfen und ein Lösungsansatz formuliert, der eine durchschnittlich konstante

---

<sup>13</sup> vgl. Dixit, K. und Pindyck, R.S., 1994, S. 135 ff.

Steigung der Opportunitätskosten über den Zeitverlauf berücksichtigt. Die Annahme eines linearen Verlaufs der Opportunitätskosten impliziert, daß das Unternehmen keine Gegenmaßnahmen gegen den sinkenden Immobiliennutzen, z. B. durch Untervermietung, ergreifen kann.

Im Modell I ist die zu analysierende Größe der ungewisse Anteil der Wechselkosten in Form des Markterfolgs. Der bekannte Teil  $W_{\text{fix}}$  wird implizit über die Opportunitätskosten berücksichtigt, indem  $O := \text{Opportunitätskosten} - W_{\text{fix}}$  definiert wird. Gesucht wird dann das Wechselkostenniveau, zu dem die immobilare Ressource optimal bereitgestellt werden kann. Die Immobilienabteilung hält die Option "Bereitstellung einer immobilaren Ressource", deren Ausübung Wechselkosten verursacht. Immobilienpreise ebenso wie Aktienpreise unterliegen Einflußgrößen, die an den jeweiligen Märkten nicht beobachtbar sind. Damit ist die Preisentwicklung einzelner Güter ungewiß. Black und Scholes haben am Beispiel des Aktienmarkts gezeigt, daß sich diese Ungewißheit mit einer Brownschen Bewegung beschreiben läßt. Da ebenso am Immobilienmarkt wie auch am Aktienmarkt der Markterfolg zu jedem beliebigen Zeitpunkt jeden reellen Wert annehmen kann, erfüllt auch der Immobilienfall die Voraussetzungen für eine Modellierung des Markterfolgs mit folgender Brownscher Bewegung:

$$dW = a_w W dt + s_w W dz, W(0) = W_0$$

Die durchschnittliche erwartete prozentuale Veränderung der Immobilienpreise pro ZE wird durch  $a_w$  beschrieben,  $dz$  stellt das Inkrement eines Wiener-Prozesses dar und beschreibt die stochastische Entwicklung der Wechselkosten,  $W_0$  ist das bekannte aktuelle Wechselkostenniveau,  $s_w$  ist der relative Anteil des Wiener-Prozesses am Differential  $dW$  und  $s_w^2 W^2$  der Zuwachs der Varianz pro ZE. Ausgehend von  $W_0$  sind die zukünftigen Werte von  $W(t)$  lognormalverteilt mit einer über den Zeitverlauf linear ansteigenden Varianz, d.h. obgleich die Immobilienabteilung im Zeitverlauf Informationen, z.B. durch Beobachtung der Wechselkosten, erhält, sind ihr die zukünftigen Wechselkosten unbekannt.<sup>14</sup> Der Immobilienabteilung stellt sich nun die Frage, zu welchem Wechselkostenniveau  $W^*$  die immobilare Ressource optimal

bereitgestellt wird. Ihre Zielsetzung besteht damit in der Maximierung des Optionswertes und mündet in einem Optimierungsproblem in Form eines Stoppproblems. Der Wert der Option läßt sich wie folgt formulieren:

$$C(W) = \max\{O - W, e^{-rdt} E(C(W) + dC(W))\}, r = \text{Zinssatz}$$

Ist  $W < W^*$ , so erfolgt eine sofortige Bereitstellung der immobilien Ressource, d.h. die Option wird ausgeübt und der Optionswert beträgt  $O - W$ .

Ist  $W > W^*$ , so wartet die Immobilienabteilung ab und beobachtet weiter die Entwicklung der Wechselkosten. Die Option wird damit zumindest für den Zeitraum  $dt$  weiter gehalten und der Wert der Option ergibt sich aus dem abgezinsten erwarteten Wert der Option am Ende des Zeitraums:  $C(W) = e^{-rdt} E(C(W) + dC(W))$ . Da  $dC(W)$  ein stochastisches Differential ist, das mit Anwendung von Itos Lemma bestimmt wird

durch  $dC = \frac{dC}{dW} dW + \frac{1}{2} \frac{d^2C}{dW^2} (dW)^2$ , und  $E(dz) = 0$  sowie  $E(dz^2) = dt$  gilt,<sup>15</sup> ergibt sich durch Reihenentwicklung

$$r C(W) = \frac{1}{dt} E(dC) = \frac{1}{2} s_w^2 W^2 \frac{d^2C}{dW^2} + a_w W \frac{dC}{dW},$$

d.h. solange die Option gehalten wird, muß die erwartete Wertsteigerung pro ZE,  $\frac{1}{dt} E(dC)$ , immer gleich dem geforderten Zinsertrag  $rC$  sein. Subtraktion von  $rC$  auf beiden Seiten der Gleichung führt zur Bellmannschen Optimalitätsgleichung.<sup>16</sup>

Da die vorliegende homogene Differentialgleichung zweiten Grades linear in  $C$  und den zugehörigen Ableitungen ist, kann ihre allgemeine Lösung wie folgt als Linearkombination von zwei unabhängigen Lösungen dargestellt werden:<sup>17</sup>

$$C(W) = A_1 W^{b_1} + A_2 W^{b_2}$$

<sup>14</sup> vgl. zur Interpretation Dixit, K. und Pindyck, R.S., 1994, S. 136 f. sowie Dangl, T. und Wirl, F.: Investition bei Unsicherheit als Erklärung für hohe implizite Diskontraten bei Energiesparinvestitionen, in: OR Spektrum, Band 20, Heft 4, 1998, S. 259-267, hier: S. 261.

<sup>15</sup> vgl.: Dixit, K./Pindyck, R.S.: Investment under Uncertainty, Princeton 1994, S. 140 f..

<sup>16</sup> vgl. Dangl, T. und Wirl, F., 1998, S. 265.

<sup>17</sup> vgl. Dixit, K. und Pindyck, R.S., 1994, S. 143.

$$\text{mit } \mathbf{b}_{1,2} = \frac{1}{2} - \frac{\mathbf{a}_W}{\mathbf{s}_W^2} \pm \sqrt{\left[\frac{1}{2} - \frac{\mathbf{a}_W}{\mathbf{s}_W^2}\right]^2 + \frac{2r}{\mathbf{s}_W^2}}, \mathbf{b}_1 > 1, \mathbf{b}_2 < 0 \text{ für } \mathbf{a}_W < r$$

Zur Bestimmung der unbekanntenen Werte  $A_1$  und  $A_2$  sowie des gesuchten Wechselkostenniveaus  $W^*$  muß  $C(W)$  den folgenden Randbedingungen genügen:

$$(1) \quad C(W^*) = O - W^*$$

$$(2) \quad C'(W^*) = -1$$

$$(3) \quad \lim_{W \rightarrow \infty} C(W) = 0$$

Die Randbedingung (1) besagt, daß man durch die Ausübung der Option den Betrag  $O - W^*$  erhält. Durch die Randbedingung (2) wird ein stetiger und differenzierbarer Übergang in  $W^*$  vom Bereitstellungsbereich in den Wartebereich sichergestellt. Die Randbedingung (3) spiegelt die Tatsache wider, daß bei hohen Wechselkosten eine Bereitstellung einer immobilien Ressource unrentabel ist und die Option daher nicht ausgeübt wird. Da die Randbedingung (3) nur erfüllt werden kann, wenn gleichzeitig  $A_1$  den Wert 0 annimmt (da  $\mathbf{b}_1 > 1$  ist, würde der erste Term der Lösung unendlich groß werden), muß im folgenden die Gleichung  $C(W) = A_2 W^{\mathbf{b}_2}$  gelöst werden. Einsetzen der Gleichung in (1) und (2) liefert

$$C(W^*) = N - W^* = A_2 W^{\mathbf{b}_2} \text{ und}$$

$$C'(W^*) = -1 = \mathbf{b}_2 A_2 W^{*\mathbf{b}_2-1} \Rightarrow A_2 = -\frac{1}{\mathbf{b}_2 W^{*\mathbf{b}_2-1}}$$

$$\Leftrightarrow O - W^* = -\frac{1}{\mathbf{b}_2} W^* \Leftrightarrow O = W^* \left(1 - \frac{1}{\mathbf{b}_2}\right)$$

$$\Leftrightarrow W^* = O \frac{\mathbf{b}_2}{\mathbf{b}_2 - 1} < O \quad (W^* < O \text{ gilt, da aus } \mathbf{b}_2 < 0 \text{ folgt: } 0 < \frac{\mathbf{b}_2}{\mathbf{b}_2 - 1} < 1)$$

Das hier ermittelte  $W^*$  ist damit das Wechselkostenniveau, bei dem die Immobilienabteilung indifferent zwischen den Alternativen "Umzug" und "Warten" ist, und stellt genau den kritischen Wert dar, bei dem eine sofortige Bereitstellung optimal ist. Bewegen sich die Wechselkosten oberhalb von  $W^*$ , so ist die Alternative "Warten"

die optimale Entscheidung für die Immobilienabteilung - auch für den Fall, daß die Opportunitätskosten  $O$  höher sind als die Wechselkosten  $W$ .

Die gefundene Lösung läßt die folgenden Interpretationen zu:

- (1) Mit zunehmendem  $s_w$ , d.h. einer zunehmenden Unsicherheit über die Wechselkosten, nähert sich  $b_2$  seiner oberen Schranke  $0$  und  $\frac{b_2}{b_2 - 1}$  geht ebenfalls gegen  $0$ , so daß  $W^*$  den Wert  $0$  annimmt. Dies bedeutet, daß bei einer zunehmenden Unsicherheit das Wechselkostenniveau mit  $0$  einen nie zu erreichenden Wert annimmt und daher kein Wechsel erfolgen wird.
- (2) Bei abnehmenden  $s_w$ , d.h. einer immer weiteren Annäherung an die Sicherheitssituation, in der die Wechselkosten der Immobilienabteilung stets bekannt sind, nimmt  $b_2$  ab und geht gegen  $-\infty$ , so daß  $\frac{b_2}{b_2 - 1}$  im Grenzwert den Wert  $1$  annimmt und sich für  $W^*$  der Wert  $0$  ergibt. Dieses Ergebnis steht im Einklang mit den bekannten Entscheidungskriterien bei Investitionsentscheidungen unter Sicherheit.

### Modellerweiterung

Im folgenden soll die realitätsferne Annahme über die im Zeitverlauf konstanten Opportunitätskosten aufgehoben werden. Hierzu wird zur Aufrechterhaltung des Entscheidungskalküls weiter unterstellt, daß im Entscheidungsmodell  $O$  konstant ist - die evolutorische Entwicklung der Opportunitätskosten wird implizit über eine Neuformulierung der ungewissen zukünftigen Wechselkosten berücksichtigt, indem die ungewissen Wechselkosten aus Modell I ( $W_1$ ) mit einer den evolutorischen Verlauf der Opportunitätskosten modellierenden gegenläufigen Brownschen Bewegung ( $W_2$ ) korrelieren:  $W(W_1, W_2) = W_1 W_2$  mit  $dW_1 = a_1 W_1 dt + s_1 W_1 dz_1$ ,  $dW_2 = a_2 W_2 dt + s_2 W_2 dz_2$  und  $E(dz_1 dz_2) = r$

Unter Berücksichtigung von  $\frac{\partial^2 W}{\partial W_1^2} = \frac{\partial^2 W}{\partial W_2^2} = 0$  und  $\frac{\partial^2 W}{\partial W_1 \partial W_2} = 1$  ergibt sich mit Hilfe von Ito's-Lemma die folgende Brownsche Bewegung für die modifizierten Wechselkosten:

$$dW = (\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 + r\mathbf{s}_1\mathbf{s}_2)Wdt + \mathbf{s}_1Wdz_1 + \mathbf{s}_2Wdz_2$$

Der evolutorische Verlauf ist einfach darstellbar, wenn man Linearität der Opportunitätskosten unterstellt. Diese Annahme ist dann nicht allzu realitätsfern, wenn das Immobilienmanagement gegen den Kostenanstieg keine Gegenmaßnahmen wie beispielsweise Untervermietungen ergreifen kann. Diese Annahme kann in der hergeleiteten Brownschen Bewegung durch  $\mathbf{s}_2$  gleich null und  $\mathbf{a}_2$  gleich der durchschnittlichen Steigung der Opportunitätskosten berücksichtigt werden. Für die Brownsche Bewegung ergibt sich damit die vereinfachte Form

$$dW = (\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2)Wdt + \mathbf{s}_1Wdz_1$$

Dieser Prozeß besitzt damit eine erwartete prozentuale Veränderung pro ZE in Höhe von  $(\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2)$  und einen relativen Anteil  $\mathbf{s}_1$  des Wiener-Prozesses am Differential  $dW$ , d.h. die Ungewißheit über dessen zukünftigen Verlauf wird ausschließlich durch die Wechselkosten - nicht durch die Opportunitätskosten - bedingt.

### **Modell II (Flächenbedarf ungewiß):**

Nun wird angenommen, daß der zukünftige Flächenbedarf aufgrund der Unternehmensentwicklung ungewiß ist. Analog zum ersten Modell wird auch hier der bekannte Anteil der Opportunitätskosten implizit über die Wechselkosten berücksichtigt, indem  $W := \text{Wechselkosten} + O_{\text{fix}}$  definiert wird. Die Unternehmensentwicklung ist eine Funktion derjenigen Absatz- und Beschaffungsmärkte, die das Kerngeschäft des Unternehmens einbetten. Somit ist auch der Flächenbedarf von der Entwicklung dieser Märkte abhängig. Deshalb wird auch hier eine Brownsche Bewegung zur Modellierung des ungewissen Teils der Opportunitätskosten herangezogen:

$$dO = \mathbf{a}_o O dt + \mathbf{s}_o O dz, O(0) = O_0$$

$\mathbf{a}_o$  beschreibt die erwartete prozentuale Veränderung der Opportunitätskosten je ZE (dt). Im zweiten Summanden ist dz das Inkrement eines Wiener-Prozesses, das die stochastische Entwicklung der Opportunitätskosten beschreibt, und  $\mathbf{s}_o$  der relative Anteil des Wiener-Prozesses am Differential  $dO$ . Der Zuwachs der Varianz pro ZE beträgt  $\mathbf{s}_o^2 O^2$ . Ausgehend von dem bekannten aktuellen Opportunitätskostenniveau  $O_0$

sind die zukünftigen Wert von  $O(t)$  lognormalverteilt mit einer Varianz, die linear mit der Zeit ansteigt, d.h. obgleich die Immobilienabteilung im Zeitablauf Informationen erhält - sie kann die Opportunitätskosten beobachten - sind ihr die zukünftigen Werte immer unbekannt. Im Gegensatz zum ersten Modell, werden nun bekannte Wechselkosten unterstellt. Durch das "Vertauschen" der unsicherheitsbehafteten Einflußfaktoren müssen leichte Veränderungen am Optimierungsmodell vorgenommen werden, die Lösung verläuft analog. Die Immobilienabteilung muß sich nun die Frage stellen, ab welchem Opportunitätskostenniveau  $O^*$  die Bereitstellung der immobilien Ressource sinnvoll ist. Hierzu muß das obige Modell in der Form modifiziert werden, daß  $C(W)$  durch  $C(O)$  ersetzt wird sowie der Bereitstellungsbereich und Wartebereich ihre Positionen ändern, so daß erst ausreichend hohe Opportunitätskosten die sofortige Bereitstellung der immobilien Ressource rechtfertigen. Für die Randbedingungen ergeben sich

$$(1) \quad C(O^*) = O^* - W$$

$$(2) \quad C'(O^*) = 1$$

$$(3) \quad C(0) = 0$$

Damit bleibt die erste Randbedingung bestehen und die zweite Randbedingung sichert analog einen stetigen und differenzierbaren Übergang von dem Wartebereich in den Bereitstellungsbereich. Die dritte Randbedingung besagt, daß der Optionswert der Opportunitätskosten verschwindet, sobald er einmal den Wert 0 angenommen hat. Diese absorbierende Eigenschaft des Punktes 0 resultiert aus dem für die Opportunitätskosten unterstellten stochastischen Prozeß und impliziert, daß der Optionswert einer Bereitstellung von keinem Wert ist, wenn die Opportunitätskosten auf 0 abfallen. Die Sicherstellung der dritten Randbedingung führt in diesem Fall dazu, daß in der zu lösenden stochastischen Differentialgleichung  $A_2$  immer gleich 0 sein muß. Ansonsten würde der Optionswert bei gegen 0 gehenden Opportunitätskosten unendlich groß werden. Analoge Berechnungen führen zu

$$O^* = \frac{b_1}{b_1 - 1} W > W \quad (O^* > W \text{ gilt, da aus } b_1 > 1 \text{ folgt: } \frac{b_1}{b_1 - 1} > 1)$$

Dieses Ergebnis läßt analoge Interpretationen wie im vorigen Modell zu:

- (1) Mit zunehmendem  $s_o$ , d.h. einer zunehmenden Unsicherheit über die Opportunitätskosten, nimmt  $b_1$  ab und  $\frac{b_1}{b_1 - 1}$  steigt an. D.h. je unsicherer die zukünftigen Opportunitätskosten sind, um so höher muß das Opportunitätskostenniveau über den Wechselkosten liegen, damit die Immobilienabteilung überhaupt bereit ist, die Bereitstellung der immobilien Ressource vorzunehmen. Im Grenzfall wird das Opportunitätskostenniveau unendlich groß und die Bereitstellung wird aufgrund der unermeßlichen Unsicherheit nicht vorgenommen, d.h. die Option wird nicht getätigt.
- (2) Bei abnehmenden  $s_o$ , d.h. einer immer weiteren Annäherung an die Sicherheitssituation, in der die Immobilienabteilung die Opportunitätskosten mit Sicherheit kennt, konvergiert  $b_1$  für  $a \leq 0$  gegen unendlich und  $O^*$  demzufolge gegen  $W$ . Für  $a > 0$ , d.h. abnehmenden Opportunitätskosten, konvergiert  $O^*$  gegen  $\frac{r}{r - a} W$  ( $a < r$ ), d.h. abnehmende Opportunitätskosten rechtfertigen grundsätzlich keinen Wechsel in eine alternative immobilien Ressource und damit den um den Faktor  $\frac{r}{r - a}$  vergrößerten kritischen Wert. Auch diese beiden Ergebnisse stehen im Einklang mit den bekannten Entscheidungskriterien bei Investitionsentscheidungen unter Sicherheit.

### 3.2 Anwendung anhand eines Beispiel

Zur Verdeutlichung ihrer Leistungsfähigkeit werden die beiden Modelle auf ein Beispiel aus dem Immobilienbereich übertragen. Dazu ist zunächst die Entscheidungssituation unseres Beispiels zu konkretisieren, die einzelnen Parameter zu interpretieren und mit konkreten Werten zu belegen.

Unser Unternehmen verfügt gegenwärtig über ein veraltetes Bürogebäude in City-Lage mit 500 Arbeitsplätzen und mit 15.000 m<sup>2</sup> Nutzfläche. Dem Entscheidungsträger im Immobilienbereich ist klar, daß sich der Flächenbedarf zukünftig durch Rationalisierung und Standortverlagerung rasant nach unten verändern wird. Außerdem bietet der Markt kostengünstigere Bereitstellungsalternativen, so daß er einen Immobilienwechsel erwägt, obwohl die Restnutzungsdauer mit 10 Jahren ursprünglich vorgesehen war. Das

oben skizzierte Modell liefert ihm nun Entscheidungshilfen hinsichtlich der zwei eingangs beschriebenen Problemstellungen:

1. Indirekte Bestimmung des optimalen Ersatzzeitpunktes mit Hilfe kritischer Werte. Das Unternehmen überwacht zukünftig den Verlauf der Variablen, für die kritische Werte berechnet worden sind, und übt die Option des Immobilienwechsels aus, sobald der Wert unterschritten bzw. überschritten wurde. Damit wird ein Beitrag zum Problem des optimalen Ersatzzeitpunktes von immobilien Ressourcen geliefert, allerdings ohne einen kalendarischen Termin festzulegen.
2. Vergleich von mehreren Bereitstellungsalternativen: Hat das Unternehmen mehrere alternative Immobilien zur Auswahl, so werden die Verläufe der Wechselkosten und Opportunitätskosten je Alternative unterschiedlich sein. Der Entscheidungsträger hat deshalb die unterschiedlichen Datensituationen der Alternativen im Entscheidungsmodell abzubilden. Das Entscheidungskriterium lautet in diesem Fall: übe diejenige Option aus, deren kritischer Wert als erstes unterschritten beziehungsweise überschritten wird. Auch wenn wir uns hier auf den Kauf beziehungsweise den Eigenbau der Immobilie konzentrieren wollen, lassen sich auch Mietverhältnisse und Leasing-Verträge problemlos mit Hilfe des Modells abbilden.

Die dargestellten Modelle besitzen unterschiedliche Voraussetzungen bezüglich des Informationsgrades. Im Modell I sind dem Entscheidungsträger die Opportunitätskosten, die ihm durch den Verbleib in der alten Immobilie und Verzicht auf einen Immobilienwechsel entstehen, bekannt. Um deren evolutischen Verlauf zu berücksichtigen, wird für die Beispielrechnungen die Modellerweiterung von Modell I verwendet. Ungewiß ist hingegen die Wirkung des Markterfolgs auf die Höhe der Wechselkosten. Vice versa sind im Modell II die Wechselkosten zu jedem Zeitpunkt bekannt, hingegen sind die durch den Verzicht auf einen Immobilienwechsel entstehenden Opportunitätskosten ungewiß. Um mit den Modellen arbeiten zu können, sind die teilweise recht abstrakten Parameter zu konkretisieren.

#### **Modell I (Markterfolg ungewiß):**

Der Parameter  $a_w$  ist zu verstehen als durchschnittliche jährliche prozentuale Veränderung der Immobilienpreise des betreffenden Segments des Immobilienmarktes. Der Parameter  $s_w$  ist interpretierbar als die Varianz der Marktentwicklung eines

Immobilienmarktes.  $W_0$  ist das zum gegenwärtigen Zeitpunkt anfallende Niveau der Wechselkosten. Die Wechselkosten belaufen sich in unserem Unternehmen auf einen fixen Sockelbetrag von 2.8 Millionen. (DM 5.600,-- pro Arbeitsplatz<sup>18</sup>) zuzüglich der Realisation der Wertänderung durch die Anschlußverwertung des frei werdenden Gebäudes. Grundsätzlich könnte das Gebäude verkauft oder vermietet werden. In beiden Fällen bestimmt das Preisniveau des Immobilienmarkts zum Verwertungszeitpunkt den Erfolg der Markttransaktion. In unserem Beispiel realisieren wir einen Verlust von DM 10 Millionen. Der Zinssatz  $r$  ist interpretierbar als die vom Unternehmen geforderte Mindestverzinsung. In unserem Beispiel möge diese 10% betragen.  $O$  sind die Opportunitätskosten, die dem Unternehmen durch den Verbleib in der gegenwärtigen Immobilie entstehen, oder anders formuliert, die Opportunitätskosten der Entscheidungsbindung. Unserem Unternehmen entstehen durch das Gebäude folgende Fehlbelegungskosten: Man geht von einer Abnahme des Büroflächenbedarfs in den nächsten 10 Jahren von 30% aus.<sup>19</sup> Die Flächen können aufgrund der Gebäudespezifika nicht an externe Nutzer (unter)vermietet werden. Die leerstandsbedingten Kosten belaufen sich auf DM 4,6 Millionen. Durch die veraltete Gebäudetechnik entstehen in den nächsten 10 Jahren 5,4 Millionen höhere Nutzungskosten als bei einem modernen Gebäude. Außerdem verhindert das gegenwärtige Gebäude die vollständige Vernetzung aller Arbeitsplätze und damit die Einrichtung eines zeitgemäßen Workflow - Management, dessen Einsparungspotential auf insgesamt DM 5 Millionen geschätzt wird. In der Summe sind mit der Verzögerung eines Immobilienwechsels Opportunitätskosten in Höhe von DM 15 Millionen verbunden. Für die durchschnittliche konstante Steigung der Opportunitätskosten pro Jahr werden 8% angenommen, die implizit über das  $a$  in das Entscheidungsmodell eingehen. Die Berücksichtigung dieser Steigung über den Brownschen Prozeß führt dazu, daß ein als Entscheidungskriterium ermitteltes kritisches Wechselkostenniveau immer dann im Zeitablauf neu berechnet werden muß, wenn sich die Steigung ändert. Für eine Bürofläche in City-Lage stellt unser Entscheidungsträger eine Änderungsrate von  $a_w = 3\%$  mit einer Varianz von  $s_w = 20\%$  fest. Für das kritische Niveau des Markterfolgs ( $W^*$ ) als ungewissem Anteil der Wechselkosten ergibt sich aus diesen Daten ein Wert von DM 8.714.285,70. Im sicheren Fall ist das kritische Niveau der

---

<sup>18</sup> Die entspricht den durchschnittlichen Wechselkosten bei deutschen Großunternehmen (vgl. Pfnür, A., 1998a, S. 14).

<sup>19</sup> Der Durchschnitt bei deutschen Großunternehmen entspricht 20% (vgl. Pfnür, A., 1998a, S. 7).

Wechselkosten gleich den Opportunitätskosten von DM 15 Millionen. Die Differenz von DM 6.285.714,29 ist der Preis der Ungewissheit. Aufgrund der gegenwärtigen Wechselkosten von DM 12,8 Millionen würden wir im sicheren Fall heute wechseln, weil die Opportunitätskosten mit DM 15 Millionen deutlich höher sind. Im ungewissen Fall müssten die Wechselkosten allerdings um mindestens weitere DM 4.085.714,30 auf DM 8.714.285,70 absinken, damit er sich zu einem Wechsel entschließt. Ließe sich heute auf dem Markt eine gleichwertige Immobilie mit Wechselkosten unterhalb des kritischen Wertes finden, würde er sofort umziehen. Unterscheiden sich die alternativen Immobilienangebote allerdings hinsichtlich der Leistungsfähigkeit schlägt sich dies in unterschiedlichen Opportunitätskosten nieder. In diesem Fall muß der Entscheidungsträger auf der Grundlage der jeweiligen Datensituationen die entsprechenden kritischen Wechselkostenniveaus berechnen.

Um die Wirkungen unterschiedlicher Änderungsraten der Immobilienpreise sowie unterschiedlich hoher Unsicherheitsgrade des Wechselkostenniveaus und damit das Entscheidungsverhalten zu analysieren, nehmen wir für die Änderungsrate der Büroflächen Werte von 1%, 3%, 7% und 10% an. Die Varianz der Marktentwicklung eines Immobilienmarktes beträgt alternativ 10%, 20% und 50%. Daraus ergeben sich die folgenden kritischen Wechselkostenniveaus  $W^*$ :

**Tabelle 3: Sensitivität des Wechselkostenniveaus**

$s_w$	$a_w$	0,01	0,03	0,07	0,10
0,1		11.561.413,23	11.667.544,48	11.802.268,90	11.866.323,80
0,2		10.017.318,18	10.300.323,00	10.711.275,28	10.926.855,87
0,5		5.289.062,37	5.556.702,47	6.100.000,00	6.501.957,88

Quelle: Eigene Darstellung

Die Ergebnisse zeigen, daß eine zunehmende Varianz des Markterfolgs zu einem Absinken des kritischen Wechselkostenniveaus führt. Steigt beispielsweise die Varianz in unserem Ausgangsbeispiel von 0,2 auf 0,5, fällt das kritische Wechselkostenniveau um DM 4.743.620,53 von DM 10.300.323,00,-- auf DM 5.556.702,47 ab. Mit zunehmender Unsicherheit sinkt das Wechselkostenniveau kräftig ab. Der Immobilienwechsel wird immer unwahrscheinlicher. Eine Veränderung der durchschnittlichen Immobilienpreise ( $a_w$ ) von 3% auf 10% führt in unserem Beispiel zu einem Anstieg des kritischen Wechselkostenniveaus um DM 626.531,13. Damit wäre das Unternehmen früher zu einem Wechsel bereit. Die geringe Sensitivität auf die

Variation von  $a_w$  zeigt einen vergleichsweise geringen Einfluß einer falschen Markteinschätzung.

**Modell II (Flächenbedarf ungewiß):**

Der Parameter  $a_o$  entspricht der prozentualen Veränderung der Opportunitätskosten pro Jahr, dem das gegenwärtige Gebäude unterliegt. Annäherungsweise Aufschlüsse erhalten die Unternehmen durch die prozentuale Umzugsrate an Arbeitsplätzen pro Jahr. In unserem Unternehmen wechseln durchschnittlich 8% aller Arbeitnehmer jährlich ihren Arbeitsplatz. Da unser Unternehmen einer recht sprunghaften Entwicklung unterliegt, wird für die Standardabweichung der Umzugsrate  $s_o = 0,5$  angenommen. In Analogie zum ersten Modell nehmen wir  $r = 0,1$  an. Außerdem gehen wir davon aus, daß die gegenwärtig beobachtbaren Opportunitätskosten  $O_0 = 10$  Mio. betragen und ein Wechsel der Immobilie zu jedem Zeitpunkt DM 12,8 Mio. an Kosten verursacht. Die Annahme konstanter Wechselkosten entspricht in der Realität z.B. dem Wechsel aus einem bisher gemieteten Objekt, da in diesem Fall kein ungewisser Markterfolg zu erzielen ist. Für unser Beispiel ergibt sich ein kritisches Opportunitätskostenniveau von DM 25.185.999,16. Zum gegenwärtigen Termin würde weder im sicheren noch im ungewissen Fall ein Wechsel stattfinden. Der Entscheidungsträger beobachtet die Verschlechterung der Produktivität der Immobilie durch die Veränderung der Geschäftsentwicklung solange, bis die Opportunitätskosten das kritische Niveau übersteigen. Während im sicheren Fall ein Anstieg der Opportunitätskosten auf mindestens DM 12,8 Mio. zu einem Wechsel führen würde, müßten sich im ungewissen Fall die Opportunitätskosten mehr als verdoppeln.

Um die Wirkungen unterschiedlicher Verläufe der Geschäftsentwicklung sowie unterschiedlicher Unsicherheitsgrade zu analysieren, nehmen wir für die Umzugsrate alternativ Werte von 4%, 8% und 12% an. Die Varianz beträgt alternativ 10%, 20% und 50%. Daraus ergeben sich die folgenden kritischen Opportunitätskostenniveaus  $O^*$ :

$s_o$	$a_o$		
	-0,04	-0,08	-0,12
0,1	14.100.246,29	13.548.332,93	13.316.630,70
0,2	16.809.293,54	15.436.945,02	14.723.853,88
0,5	29.389.433,81	25.185.999,16	22.594.913,91

Der Preis der Unsicherheit zeigt sich erneut in dem großen Einfluß auf den kritischen Wert  $O^*$ . Mit steigendem Niveau der Opportunitätskosten wird ein Wechsel immer unwahrscheinlicher. Dieses Ergebnis verdeutlicht die Trägheit in der Bereitstellung immobilierender Ressourcen bei Ungewißheit.

### **Kritische Würdigung**

Die Ergebnisse machen deutlich, daß die Ungewißheit einen Preis hat, den der Entscheidungsträger bei seiner Entscheidung berücksichtigen muß. Dies ist als der von WITTMANN eingeführte Informationswert zu interpretieren.<sup>20</sup> In der modernen Finanzierungstheorie wird diese Differenz auch als Optionswert bezeichnet.<sup>21</sup> Die klassische Investitionsrechnung vernachlässigt die durch die Möglichkeit der Entscheidungsverzögerung verursachten Opportunitätskosten.<sup>22</sup> Ihre Grenze haben die Modelle dann, wenn sowohl über die Wechselkosten als auch über die Fehlbelegungskosten Ungewißheit herrscht. Ist der Entscheidungsträger in der Lage, eine der beiden Kurven festzulegen, gibt ihm das jeweilige Modell ein Entscheidungskriterium in Form eines kritischen Werts.

Bislang haben wir die Betrachtung auf Immobilien beschränkt. Es ist zu untersuchen, ob die Modelle auch auf Investitionen in andere betriebliche Ressourcen übertragbar sind. Im Vergleich zu Immobilien dürften die Wechselkosten von Mobilien wie beispielsweise Eisenbahnzügen oder Produktionsanlagen typischer Weise deutlich geringer ausfallen. Dafür wird der Verlauf der Opportunitätskosten den Wechselzeitpunkt um so stärker beeinflussen. Mobilien verursachen in der Regel keine ungewissen Wechselkosten, da der Liquidationserlös keinen unprognostizierbaren Marktschwankungen unterliegt. Damit lassen sich Grenzwerte für den Ersatz von Mobilien durch entsprechende Modifikationen des Dateninputs mit Modell I berechnen.

Die Investition in Human Ressourcen zeigt große Gemeinsamkeiten zum Immobilien-Fall. Die Kosten des Personalwechsels setzen sich zum Beispiel zusammen aus Abfindungen, Einarbeitungszeiten und Suchkosten. Opportunitätskosten entstehen, wenn ein Mitarbeiter für das Unternehmen nicht mehr den bestmöglichen Nutzen erbringt, z. B. durch sinkenden Personalbedarf, und wenn vergleichbare Arbeitskraft am

---

<sup>20</sup> Vgl. Wittmann, W., 1959.

<sup>21</sup> Vgl. z. B. Franke, G. u. Hax, H., 1994, S. 369 ff.

<sup>22</sup> Vgl. Dixit, K. und Pindyck, R.S., 1994, S. 6.

Arbeitsmarkt günstiger zu rekrutieren ist. Typischer Weise sind die Wechselkosten gut prognostizierbar. Unsicher ist vor allem der Nutzen der Arbeitskraft, der sich ähnlich der Immobilie aus dem Geschäftsverlauf des Unternehmens ableiten läßt. In diesem Fall können Grenzwerte für den Personalwechsel und die Entlassung von Arbeitskräften mit Hilfe des Modells II gelöst werden.

#### **4      Schlußbemerkung**

In dieser Arbeit wurde am Beispiel von Immobilien verdeutlicht, wie die durch die Bereitstellung von Ressourcen verursachten Sunk Costs die Zeitdauer der Entscheidungsbindung verlängern. Im sicheren und Risikofall lassen sich die optimalen Ersatzzeitpunkte und Investitionsalternativen bestimmen. Dies ist nicht mehr der Fall, wenn es der Entscheidungsträger mit einer in der Realität ungewissen Datensituationen zu tun hat. In diesem Fall kann durch eine präferenzfreie Bewertung der Folgen der Ungewißheit mit Hilfe stochastischer Prozesse eine Entscheidungshilfe gegeben werden. Die Tatsache, daß der Entscheidungsträger seine Investition aufschieben kann, verschafft ihm die Möglichkeit Gewißheit über die bislang ungewissen Daten zu erlangen. Seine Entscheidung kann er allerdings nicht unendlich aufschieben. Die hier entwickelten Modelle bestimmen Grenzwerte für die Durchführung der Investition. Der Zeitpunkt, zu dem diese kritischen Werte erreicht werden, stellt damit implizit den optimalen Ersatzzeitpunkt dar. Darüber hinaus ermöglichen die Modelle den Vergleich alternativer Ressourcen. Die Ergebnisse zeigen, daß eine zunehmende Ungewißheit den Entscheidungsträger zu einem Hinauszögern seiner Entscheidungen verleitet. Damit ist die Eingangs beschriebene Starrheit bei der Bereitstellung immobilierender Ressourcen zumindest teilweise durch die Ungewißheit über die Höhe der Opportunitätskosten der Entscheidungsbindung erklärbar. Diese Arbeit soll zunächst nur einen weiteren richtungsweisenden Schritt hin zur Berücksichtigung von Ungewißheit in Investitionsentscheidungen aufzeigen und einen Ansatzpunkt für weitergehende Forschungen darstellen. Gleichzeitig zeigt die Anwendung im Bereich des Immobilienmanagements, daß die bislang nur recht abstrakt behandelten Investitionsentscheidungsmodelle unter Ungewißheit durchaus entscheidungsunterstützend angewendet werden können.